

Задание 18

Задачи с параметром

(Графический способ решения)

1. (стр. 31, Демовариант 2020, 2021) Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

2. (стр. 32) Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x - 4)^2 + (|y - 1| - 5)^2 = 9 \\ x^2 + (y + 1)^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

3. (стр. 47) Найдите все значения a , при которых система

$$\begin{cases} (x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ y = |x - a| + 1 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

4. (ЕГЭ 2020) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{16 - y^2} = \sqrt{16 - a^2 x^2} \\ x^2 + y^2 = 8x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

5. (ЕГЭ 2020) При каких значениях параметра a система уравнений

$$\begin{cases} \log_{11}(a - x^2) = \log_{11}(a - y^2) \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

6. (стр. 30) Найдите все значения a , при которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ xy = a^2 - 3a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

7. (ст. 28, 501693) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2$$
 имеет единственный корень.

8. (Ященко, 2020, вариант 33) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$ax + \sqrt{5 - 4x - x^2} = 3a + 3$$
 имеет единственный корень.

9. (стр 36, 484645) Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 4x - 9y + 20 = 0 \\ y = ax + 1, \\ x > 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

10. (стр 37, 513111) Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} yx^2 + y^2 = 2y + 63 - 7x^2 \\ x + y = a, \\ x \geq -3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

11. (стр.39, 513629) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x + 3}} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

12. (стр.39, 513924) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 2xy - 6y + 12)\sqrt{6 - x} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

13. (стр. 51, 520883) Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x + ay - 5)(x + ay - 5a) = 0 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

14. (стр. 16, ЕГЭ 2019) Найдите все значения a , при которых уравнение $\frac{x^2 - 4x + a}{5x^2 - 6ax + a^2} = 0$ имеет два различных корня.

15. (стр. 19, ЕГЭ 2019, 526220) Найдите все значения a , при которых уравнение $\frac{x^2 - 2x + a^2 - 4a}{x^2 - a} = 0$ имеет два различных корня.

16. (стр. 19, ЕГЭ 2019) Найдите все значения a , при которых уравнение $\frac{2a - x^2 - 3x}{x + a^2} = 0$ имеет два различных корня.

17. (стр. 27) Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = ax - a - 1 + |x^2 - 4x + 3|$ меньше -2 .

18. (стр. 24) Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4ax + |x^2 - 8x + 7|$ больше 1.

19. (стр. 35, Резерв 2019, 526707) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 + (x - 1)\sqrt{x - a} = x$ имеет ровно один корень на $[0; 1]$.

20. (стр. 21, ≈ 500370) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\left|\frac{5}{x} - 3\right| = ax - 2$ имеет на промежутке $(0; +\infty)$ более двух корней.

21. (500370) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\left|\frac{5}{x} - 4\right| = ax - 1$ имеет на промежутке $(0; +\infty)$ более двух корней.

22. (500350) Найдите все значения a , при которых уравнение $a|x - 4| = \frac{5}{x + 1}$ на промежутке $[0, +\infty)$ имеет ровно два корня.

23. (505039) Найдите все значения a , для каждого из которых уравнение $\log_{1-x}(a - x + 2) = 2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $[-1; 1)$.

24. (502118) Найдите все значения a , при которых уравнение $\log_{x+1}(a + x - 6) = 2$ имеет хотя бы один корень, принадлежащий промежутку $(-1; 1]$.

25. (500216) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{1 - 2x} = a - 3|x|$ имеет более двух корней.

26. (484651) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^2 - 8x = 2|x - a| - 16$ имеет ровно три различных решения.

27. (стр. 34, 485982) При каких a уравнение $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x - a| - 1$ имеет ровно три корня?

28. (стр. 33) При каких a уравнение $|x^2 + 2x - 3| - 2a = |x - a| + 3$ имеет ровно три различных корня?

29. (509584) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 = 5xy \\ (x - a)^2 + (y - a)^2 = 5a^4 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

Метод областей

30. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} ax \geq 2 \\ \sqrt{x - 1} > a \\ 3x \leq 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3; 4]$.

31. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (a + 7x + 4)(a - 2x + 4) \leq 0 \\ a + 3x \geq 2a + 11 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

32. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{(x - a - 7)(x + a - 2)}{\sqrt{10x - x^2 - a^2}} = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[4; 8]$.