АЛГЕБРА и НАЧАЛА АНАЛИЗА

Формулы сокращенного умножения

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Степени	**Корни**
$a^0 = 1$	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$(\sqrt{a})^2 = a$,
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	но $\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	

Ар. прогрессия

$a_{n+1} = a_n + d$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$

Разложение на множители

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Неравенства с модулем

$$|f(x)| \ge g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) \ge g(x), \\ f(x) \le -g(x). \end{array}\right.$$

$$|f(x)| \le g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \le g(x), \\ f(x) \ge -g(x). \end{cases}$$

$$|f(x)| \ge |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) \ge g^2(x).$$

Иррациональные неравенства

$$\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \ge 0, \\ f(x) < g^2(x), \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

$$\sqrt{f(x)} > g(x), \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \ge 0; \end{cases} \\ \begin{cases} g(x) \ge 0, \\ f(x) > g^2(x). \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)}, \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x), \\ g(x) \ge 0. \end{cases}$$

Таблица производных

1) $c' = 0, c = const$

2) $(kx+m)' = k$

3) $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

4) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

5) $(\sin x)' = \cos x$

6) $(\cos x)' = -\sin x$

7) $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

8) $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

9) $(e^x)' = e^x$; $(a^x)' = a^x \ln a$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$; $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$

Правила дифференцирования

1) $(k \cdot u)' = k \cdot u', k = const$

2) $(u+v)' = u' + v'$

3) $(u \cdot v)' = u'v + uv'$

4) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

5) $(f(kx+m))' = k \cdot f'(kx+m)$

f – сложная функция

Задание 12. Нахождение наиб.и наим. значений функции на $[a;b]$

1. Найти производную $f'(x)$.
2. Решить уравнение $f'(x) = 0$, т.е. найти стационарные точки.
3. Проверить, лежат ли они внутри отрезка $[a;b]$.
4. Найти значения $f(x)$ на концах отрезка и в отобранных точках.

Задание 12. Нахождение точек макс. и мин. функции

1. Найти производную $f'(x)$.
2. Решить уравнение $f'(x) = 0$, т.е. найти стационарные точки.
3. Отметить точки на числовой прямой, определить знаки $f'(x)$ и промежутки возр. и убыв. функции.
4. Найти *m.max* и *m.min* функции.

Механич. смысл производной

$v_{\text{мгн.}} = f'(x_0)$

Логарифмы и их свойства

$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$, где $b>0$, $a>0$ и $a \ne 1$ – определение

1) $a^{\log_a x} = x$

2) $\log_a a = 1$

3) $\log_a 1 = 0$

4) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$

4*) $\log xy = \log_a |x| + \log_a |y|$

5) $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$

5*) $\log \frac{x}{y} = \log_a |x| - \log_a |y|$

6) $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$

6*) $\log_a x^{2p} = 2p \cdot \log_a |x|$

7) $\log_{a^p} x = \frac{1}{p} \log_a x$

8) $\log_{a^p} x^p = \log_a x$

9) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

10) $\log_a b \cdot \log_b a = 1$

11) $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ *(переход к новому основанию)*

Логарифмические неравенства

$\log_a f(x) > \log_a g(x)$

ОДЗ: $\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0; \end{cases}$

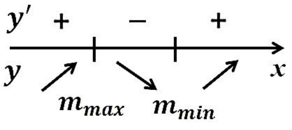
если $a>1$, то $f(x) > g(x)$;

если $0<a<1$, то $f(x) < g(x)$.

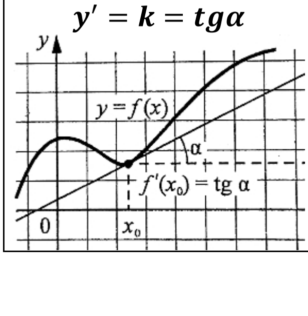
Площадь криволинейной трапеции

$$S_ф = \int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

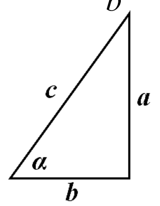
Применение производной
Геометрический смысл



$y' = k = tg\alpha$



$tg\alpha = \frac{a}{b}$



Если α – тупой угол, то $y' < 0$.