**Сумма и разность кубов двух выражений**

Нам предстоит познакомиться ещё с двумя формулами сокращённого умножения:

$$a^{3}+b^{3}=\left(a+b\right)\left(a^{2}-ab+b^{2}\right)$$

Эта формула называется **суммой кубов**. Многочлен $a^{2}-ab+b^{2}$**,** стоящий во второй скобке, называют **неполным квадратом разности.** Обратите внимание, что **знак в меньшей скобке** совпадает со знаком между кубами двух выражений, а **знак в большой скобке** является противоположным.

**Сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений и неполного квадрата их разности.**

$$a^{3}-b^{3}=\left(a-b\right)\left(a^{2}+ab+b^{2}\right)$$

Эта формула называется **разностью кубов**. Многочлен $a^{2}+ab+b^{2}$**,** стоящий во второй скобке, называют **неполным квадратом суммы.**

**Разность кубов двух выражений равна произведению разности этих выражений и неполного квадрата их суммы.**

Эти формулы можно доказать, перемножив многочлены, стоящие в правой части.

Эти формулы используются как слева направо, так и в обратную сторону.

**Пример 1.** Разложите на множители:

$8a^{3}+27b^{3}=\left(2a\right)^{3}+\left(3b\right)^{3}=\left(2a+3b\right)\left(4a^{2}-6ab+9b^{2}\right)$.

**Пример 2.** Представьте в виде произведения выражение:

$x^{6}-y^{9}=\left(x^{2}\right)^{3}-\left(y^{3}\right)^{3}=\left(x^{2}-y^{3}\right)\left(x^{4}+x^{2}y^{3}+y^{6}\right)$.

**Пример 3.** Упростите выражение $\left(4y-1\right)\left(16y^{2}+4y+1\right)$ и найдите его значение при $y=\frac{1}{2}$.

$$\left(4y-1\right)\left(16y^{2}+4y+1\right)=\left(4y\right)^{3}-1=64y^{3}-1=64∙\left(\frac{1}{2}\right)^{3}-1=64∙\frac{1}{8}-1=7.$$

**Пример 4.** Разложите на множители:

$$\left(m-4\right)^{3}+216=\left(m-4\right)^{3}+6^{3}=\left(m-4+6\right)\left(\left(m-4\right)^{2}-6\left(m-4\right)+36\right)=$$

$=\left(m+2\right)\left(m^{2}-8m+16-6m+24+36\right)=\left(m+2\right)\left(m^{2}-14m+76\right)$.